

Perturbación Estocástica de la Ecuación de Lamé

Dugan Nina ^{*} 1, Claudia Luque [†] 2, and David Mollinedo [‡] 3

¹*Departamento de Matemática y Estadística, Universidad Católica San Pablo,
Arequipa-Perú*

²*Departamento de Matemática y Estadística, Universidad Católica San Pablo,
Arequipa-Perú*

³*Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do
Paraná, Brazil*

Resumen

En este trabajo se estudia una versión estocástica del sistema de Lamé, mediante la incorporación de un término de ruido Browniano, modelado a través de un proceso Q -Wiener. El objetivo principal es establecer la existencia de soluciones débiles y obtener estimaciones de energía que permitan comprender cómo las perturbaciones aleatorias afectan la evolución de un cuerpo elástico.

Formulamos la ecuación de Lamé estocástica en un dominio acotado $D \subset \mathbb{R}^3$ con condiciones de frontera homogéneas. El operador de Lamé,

$$\Delta_e u = \mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} u,$$

es positivo y auto-adjunto, y se combina con un término disipativo $a(x)g(u_t)$ que garantiza un control adecuado de la energía. El ruido estocástico se representa mediante una expansión en autofunciones del operador de covarianza Q , lo que permite trabajar en un marco de análisis funcional adecuado.

Para demostrar la existencia de soluciones, se aplica el método de Galerkin: se proyecta el problema sobre espacios finito-dimensionales generados por autofunciones de Δ_e , obteniendo un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales estocásticas (EDEs). Un paso crucial consiste en derivar estimaciones de energía uniformes, obtenidas al multiplicar la ecuación por u_t , integrar por partes y aplicar la isometría de Itô para controlar el término aleatorio.

Estas estimaciones permiten pasar al límite en las ecuaciones aproximadas, concluyendo la existencia de una solución débil L^∞ del sistema estocástico. El estudio se enmarca en una línea de investigación activa que comprende sistemas de Lamé con amortiguamiento, retardos, memoria y perturbaciones no lineales, como se observa en los trabajos de Beniani [1], Taouaf [2] y Yang [3]. Además, el análisis estocástico abre camino al estudio de fenómenos más complejos, incluyendo memoria infinita [4] y posibles explosiones en tiempo finito [5].

^{*}dina@ucsp.edu.pe

[†]cluque@ucsp.edu.pe

[‡]davida@utfpr.edu.br

Referencias

- [1] A. Beniani. *Well-posedness and stability results for coupled Lamé systems*. 2018.
- [2] N. Taouaf. *Well-posedness and decay for Lamé systems with delay*. 2018.
- [3] Z. Yang. *Asymptotic behaviour of Lamé systems with time-varying delay*. 2023.
- [4] A. Bchatnia, A. Guesmia. *General decay for Lamé systems with infinite memory*. 2014.
- [5] Y. Benramdane. *Finite-time blow-up in stochastic Lamé systems*. 2021.