

Métodos Topológicos e o Grau de Coincidência na Existência de Soluções Periódicas de Equações Diferenciais não Suaves

Joel A. Ch. Alburquerque*¹ and Murilo R. Cândido^{†2}

¹*DMC/FCT-UNESP, Presidente Prudente, Brasil*

²*DMC/FCT-UNESP, Presidente Prudente, Brasil*

2025

Abstract

Este trabalho apresenta uma abordagem topológica para o estudo da existência de soluções periódicas em equações diferenciais não suaves, nas quais as hipóteses clássicas de regularidade, como a condição de Lipschitz, não são satisfeitas. O ponto central da análise é o uso do **grau de coincidência**, uma ferramenta topológica que permite investigar a existência de zeros de operadores não lineares em espaços de Banach, mesmo na ausência de unicidade. Diferentemente dos métodos baseados em derivadas e linearizações, o grau de coincidência quantifica a diferença entre o operador identidade e uma perturbação compacta, garantindo a persistência das soluções sob pequenas variações do sistema ver [1, 2].

Além disso, são discutidos brevemente os fundamentos do **método topológico de Brouwer e Leray–Schauder**, que constitui a base conceitual para a generalização do grau em espaços de dimensão infinita. Esses métodos são necessário para a definição do grau de coincidência e sua aplicação a operadores de Fredholm de índice zero, permitindo a extensão dos resultados clássicos de existência para sistemas não lineares em espaços de Banach [2, 4].

A formulação do problema em termos de operadores do tipo Carathéodory é essencial para lidar com funções que apenas satisfazem condições de mensurabilidade e continuidade limitada. Por fim, introduz-se o **método das médias** (averaging method) como um complemento analítico à estrutura topológica. A combinação entre o método das médias e o grau de coincidência constitui uma estratégia robusta para garantir a existência de soluções periódicas em sistemas não suaves, ampliando o alcance das abordagens clássicas [3, 5].

References

- [1] Ambrosetti, A. e Malchiodi, A., *Nonlinear analysis and semilinear elliptic problems*, Cambridge University Press, Vol. 104, 2007.

*joel.alburquerque@unesp.br

†mr.candido@unesp.br

- [2] Amorim, R. T., *O Grau de Coincidência e Aplicação às Equações Diferenciais Ordinárias Periódicas*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.
- [3] Da Silva, F. B. G., *Topological methods in the study of periodic solutions of non-smooth differential equations*, Tese de Doutorado, [s.n.], 2024.
- [4] Papageorgiou, N. S. e Winkert, P., *Applied Nonlinear Functional Analysis: An Introduction*, De Gruyter Textbook, Berlin–Boston: De Gruyter, 2018.
- [5] J. A. Sanders, F. Verhulst, J. Murdock, *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems*, Vol. 59, pp. xxii+431, Springer, New York, 2007.